

第4章 数学科の取り組み

I 昨年度の数学科の研究概要

数学科では昨年度「知識を獲得するための探究的活動」というサブテーマで授業研究に取り組んだ。具体的には研究授業・研究協議を通して、本校生徒に発展的な力をつけるために、発想力を高めることが大切であることを確認し、その手立てを「なぜそうなるのか、そのことから何が分かるのか」という思考の過程を授業に積極的に取り入れていくことにした。そして、相互の授業観察で問題点を指摘し合うことで自身の指導を見直すことができたこと、ノウハウを教科で共有できたことなどの成果があった。

課題は、生徒の数学的な基礎力の不足である。特に、成績下位層の生徒は学習意欲にも乏しい。その結果、数学の学習に目的意識を持つことができず学習内容が「自分ごと」になっていない様子が伺えた。

II 平成25年度センター試験の分析結果から

次の表に、平成25年度センター試験数学I・Aの第3問・第4問の結果を示す。Aは、各設問ごとの本校生徒の正答率、Bはチャレンジハイスクールの平均の正答率である。

平成25年度大学入試センター試験 設問別正答率 集約票

第3問												
問題番号		アイ	ウエオカ	キク	ケコサ	シスセソタ	チツ	テトナ	ニ	ヌネノハ	ヒフヘ	ホ
正答率(%)	A	89	26	22	12	13	6	16	38	3	3	51
	B	79	16	15	10	7	5	5	22	1	2	40
第4問												
問題番号		アイウ	エオ	カ	キ	クケ	コサシ	スセソ	タチツ	テトナ	ニヌ	
正答率(%)	A	92	98	97	91	81	91	73	45	43	47	
	B	90	95	94	87	75	82	59	27	21	20	

この年の数学I・Aの全国平均点は、前年度に比べ大幅に下がり、本校にもその傾向が見られた。その要因となっているのが第3問 **OD** の長さを求める問題（問題番号「ウエカ」）であると考えられる。第4問を見てみると、本校生徒の正答率は高い水準を保っている。チャレンジハイスクールの生徒の正答率と比べても、大きく上回っていることが分かる。

得点率を上げるためにも、前半の問題は確実に点をとらせることが大切であると考えられるが、第3問では、前半から低い得点率を示している。これは、**OD** の長さが求まらず、その先に進めなかった生徒が多かったためと思われる。この問題は、直角三角形の外接円、内接円、二辺に接する円の位置関係に関する問題の2問目である。直角三角形が相似形で含まれており、そこから **OD** の半分の長さを求めることができる。また、四角形ADPOが円に内接することに気がつけば余弦定理を活用して解を得ることもできる。いずれにせよ、問題の細部を注視すると同時に、大きな視点で全体を見る姿勢が必要と考える。

Ⅲ サブテーマの設定と研究授業に向けての授業観

以上のことから、研究サブテーマを「多面的な数学的思考力の育成と充実」とした。ここでいう「多面的な数学的思考力」とは、様々な視点から問題を考察し、有効な情報を全て引き出し、適切に活用する能力のことである。基礎学力の育成に重点を置きながらも、昨年度の成果である、「なぜそうなるのか、そのことからなにが分かるのか」という意識を持たせ、生徒に主体的に考えさせる方針を引き継ぐとともに、1つの問題に対して多面的にアプローチすることで生徒の意欲や発想力を上げられるような授業展開を工夫したい。

Ⅳ 数学科研究授業学習指導案

1 日 時 平成25年11月7日(木) 第5限

2 場 所 1年6H HR教室

3 対 象 普通科1年6H 40名

4 単元名 数学A「場合の数と確率」(重複組合せ)

5 単元について

(1) 単元観

トランプなどのゲームの理論に端を発したこの分野は、他の数学の分野に比べ、生徒が親しみを持って取り組みやすい分野であると思われる。もれなく、重複することなく様々な不確定な事象について考察していく。単に公式を覚え形式的に問題に臨むのではなく、これまでに学習した集合やこの単元で新たに学んだ順列・組合せの総数などを用いて様々な角度から考察していく。本単元で、事象を多様な角度から、数学的に考察する能力や態度を養う。

(2) 生徒観

先日の1学年中間考査 数学 β の平均点が55.8点と学年平均の60.2点と大きく下回っている。クラス全体としては授業に前向きに参加する姿勢が見て取れるが、夏休みを過ぎてから、学習意欲が下がっている生徒が幾人か見られる。数学 β の出題範囲は正弦・余弦定理の応用からデータの分析までの範囲であり、特に正弦・余弦定理の応用の分野での得点率の低さが目立った。

(3) 指導観

正弦・余弦定理の応用の分野での得点率の低さが目立った原因としては、正弦定理、余弦定理が上手く使えなかったことにあると考えられる。正弦定理を用いて上手く問題の解が得られなかった際に、そこで回答をやめてしまっている生徒が多く見られた。そこで、余弦定理の活用して

みたり、他の角と辺に注目して正弦定理をもう一度利用するといった姿勢があまり見られなかった。今回の研究テーマである「多面的な数学的思考力」があまり身に付いていないと考えられる。そこで、グループ学習を導入し、生徒同士で協力して、様々な角度から問題解決を図る姿勢を育みたい。その際には、授業での基本事項は説明を加えていくが、基本的に生徒の自由な発想を尊重し、自由に問題に取り組ませたい。

6 単元の目標

中学校で扱った基本的な個数の処理の考え方を基にして、樹形図などを用いて、順列や組合せについて理解させるとともに、それを具体的な場面に活用できるようにし、実生活において事象を数学的に考察し、数学的な見方や考え方のよさを認識できる題材である。

7 単元の評価規準

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
順列や組合せの考え方に関心を持つとともに、順列や組合せを用いて個数を数えることの有用性を認識し、それらを事象の考察に活用しようとする。	順列や組合せにおける数学的な見方や考え方を身に付け、事象を数学的にとらえ、論理的に考える。	様々な場合の数を数学的に考察し、表現し処理する仕方や推論の方法を身に付け、よりよく問題を解決する。	順列や組合せにおける基本的な概念、原理・法則、用語・記号などを理解し、基礎的な知識を身に付けている。

8 指導と評価の計画（全 12 時間）

次	学習内容	時数	評価					評価方法
			関	考	技	知	評価規準	
1	集合の要素の個数 (本時は1時間目)	2	○	○			○問題に関心を持ち、すでに学習した集合の基本知識を活用し要素の個数を求めようとする。(関) ○事象を数学的にとらえ、既に学習した基本知識を活用し、論理的に考えることができる。(考)	机間指導や発表による行動観察、ワークシート、ノート
2	場合の数	2			○	○具体的な場面における場合の数を樹形図、和の法則、積の法則を利用して求めることができる(技) ○和の法則、積の法則を理解する。(知)		

3	順列	4	○	○	○	○	○	○	○ ○ ○ ○
4	組合せ (本時はこの4時間目)	4	○	○	○	○	○	○	○ ○ ○ ○

9 本時の展開

(1) 本時の目標

重複組合せを様々な方法を用いて考えられるようになる。

(2) 本時の評価規準

- ・ 問題に関心を持ち、既に学習した場合の数の基本知識を活用し、場合の数を考えようとする。
(関心・意欲・態度)
- ・ 事象を数学的にとらえ、既に学習した基本知識を活用し、論理的に考えることができる。
(数学的な見方や考え方)

(3) 準備物 ドーナツ, ワークシート, 箱, トング

(4) 本時の指導過程

学習内容	○指導過程・●学習活動・▲予想される生徒の反応	指導上の留意点	評価規準《方法》
導入 (5分)	3種類のドーナツから好きなドーナツを6個選ぶ。ドーナツの選び方は何通りあるか。ただし全ての種類を最低ひとつは選ぶとする。		

<p>展開 1 (20 分)</p>	<p>○ 答えをあらかじめ提示し、おおよそ 3 つほどの解法があることを伝え、生徒に班で協力して解法を考えさせる。</p> <p>▲ ○, △, × などの記号を用い、並べて場合の数を考える (この反応が最も多いと予想)</p> <p>▲ 合計 6 つになる組合せを考え、ドーナツの種類の変異を考える。</p> <p>▲ 場合の数を書き出す。</p> <p>○ 生徒の考えを発表させまとめる。</p>	<p>・ 6 人の班を 2 つ, 7 人の班を 4 つ作る。</p> <p>・ いくつか考え方を発表させる。</p> <p>・ 樹形図でのみの考え方しかアイデアが出ない場合, 樹形図を用いて, 別の考え方ができないか促す。((4,1,1), (1,4,1), (1,1,4) の場合は組合せで考えたら同じものであることを指摘する。)</p>	<p>《机間指導や発表による行動観察》</p>
<p>展開 2 (20 分)</p>	<p>○ 前問について, 展開 i で考えたものと, 別のドーナツの選び方 ((i) か (ii) のどちらか) を考えさせる。</p> <p>※</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;"> <p>(i) 1 つも選ばない種類があってもよい。(ii) 全ての種類を最低 1 つは選ぶ</p> </div> <p>▲ 場合の数を全て書き出す。</p> <p>▲ 組合せを考える。</p>	<p>・ 前問と同様に様々な解法を, 班で協力し, 考えさせる。</p>	<p>《机間指導や発表による行動観察》</p>
	<p>時間があれば以下の問をやる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;"> <p>問 1 10 個のミカンを A,B,C の 3 人に, どの人も少なくとも 1 個はもらうようにしてくばるとき, 配り方は何通りあるか。</p> <p>問 2 10 個のミカンを A,B,C の 3 人に, 1 個ももらわない人がいてもよいという条件のもとで配るとき, 配り方は何通りあるか。</p> </div>		
<p>展開 3 (5 分)</p>	<p>○ 本時のまとめ, 宿題の指示。</p>		

IV 研究授業後の取り組み

1 研究協議について

検証授業を終えて、協議された内容の一部を次に示す。ここでは多面的な数学的思考力を養う学習における留意点について話し合われた。

司会（ 曾根 ） 記録（ 山村 ）

授業者より 指導の工夫等	本時の授業で研究主題である「多面的な数学的思考力」を育成させるため、実物のドーナツを使って実際に生徒に仕分けさせたり、グループに分けてカードを使って作業をさせることで色々な考え方の促進を図った。
協議・助言等の内容	<ul style="list-style-type: none">・導入として、実物のドーナツを見せたり、道具を使って作業させることは大変興味深く、効果的である。また、グループ活動により生徒は活発に意見交換していた。・導入で生徒2名を前に出させて、ドーナツを箱詰めさせた後すぐに「○×△」を使って板書すべきである。そのことにより、その後の考え方の参考とすることができる。また、このときに本時の目標に気づかせるようにすべきである。・「何通りあるだろうか？」と生徒に投げかけたのなら、すぐに回答は示さずに、まず生徒に答えさせるべきである。・6人グループに与えた道具セット（カード）が多すぎて、グループ全体での話し合いにならず、2人ずつに分かれての活動に留まった。・グループ活動で出た様々な考え方をもっと積極的に取り上げて行くべきである。・「ドーナツの個数が増えたらどうしたらいいだろう？」の問いかけに対する回答が最後まで出てこなかったため、すっきりしないと感じた。・数え上げ方を板書して示したが、説明した順序と一致しておらず、考え方が伝わりにくいものとなった。板書の際ははっきりと規則性を考えて意図を持って示すことが重要である。・生徒の会話を聞くと、前時までの内容（階乗！の意味）が理解できていない生徒が多い。・まとめで本時の振り返りに留まらず、「実は簡単に一つの式を使って導くことができる」と言うだけで、そのことを受けて生徒がさらに考えるきっかけにすることができる。

今後の課題	<ul style="list-style-type: none"> ・前時までの内容の理解が十分にできていない。すなわち授業内容が定着していない。その理由としては、前時と本時の授業につながりがないことが考えられる。授業の中で、「以前やったこのことと同じである」というように、その時々において振り返って繋げていくべきである。また、授業内容の定着を図るには、授業のあったその日に問題集などで演習をさせる必要がある。 ・文章の読解力、言語力が十分に身に付いていない生徒が多い。教師だけの一方向的な指導では十分には補えない。生徒同士で指摘し合えるような集団作りをすることが必要である。
-------	---



2 ポスト研究授業について

研究授業後、課題として挙げられた教師からだけの一方向的な指導のあり方を見直し、生徒自身による思考の場面を作るための指導の工夫を試みた。次の例は、数列について生徒たちの多角的な見方を引き出す授業を行ったものである。

科目名【数学A】 授業者名【中谷】 観察者名【数学科】 平成26年 1月 21日 火曜日 5限 授業クラス 2年 8 H (40名) 研究主題 サブテーマ等【数列の規則性を考察し、漸化式との繋がりを見いだす。】
1. 授業の流れ（導入、展開、まとめ）の概要 数列1, 5, 17, 53, …について、これまでの学習から数列の規則を読み取る。 規則性について、他の見方ができないか意見を出し合い、それらを式として表すことから漸化式の定義を説明する。これまで学習した数列（等差数列、等比数列）について、もそれらの規

則性を漸化式として表現し整理する。

時間配分がうまくいかず、まとめには至らなかった。

2. 工夫した点（研究主題より）

初めの発問を数列の第5項を求めるとし、自然と規則性を読み取るよう仕掛けた。1を足した数列 $\{a_n+1\}$ を示す際に具体的な数列を見せることから入り、一つの“数列”として認識させ漸化式へとつなげた。次時に向けて同じ意味をなす形の違う漸化式であることを確認し、数列は様々な見方ができること、それらをどのように見つけ、活用していけばよいかという発展性をもたせた。

観察者記入

3. 工夫した点がどうであったか。

例年の数列の授業だと、教師の方から一方的に考え方や、導き方を教える授業になりがちだが今回の授業では、数列を色々な側面から生徒に考えさせ、その見方を発展させるという授業形態ではあったが、生徒の食いつきも良く思うような展開になったように思える。

これを発展させて、生徒が自分から考えようとする授業展開を発展させていきたい。

4. 自由意見（研究主題より）

自分で疑問を持ち、それを自分で解決していくことは、近年の生徒にはなかなか難しいことであると改めて感じる事ができた。

この問題の克服こそが目標であると考え、次年度以降引き続き研究していきたい。

VI 今年度の研究を終えて

昨年度数学科では、「探究的な授業の創造—知識を獲得するための探究的活動—」というテーマで研究に取り組んだ。その結果、今後の課題として、次の2点を挙げた。

- 本校生徒に発展的な力をつけるために、発想力を高めることが大切である。授業の中で「なぜそうなるのか、そのことから何がわかるのか」を常に考えさせていく活動を取り入れる。
- 生徒が意欲を持って取り組み、発想力を広げるためにもグループで考えさせることは大変効果的である。今後も日常的に取り入れる。

この課題を受けて、今年度は「多面的な数学的思考力の育成と充実」を研究課題として研究に取り組んだ。多面的な数学的思考力の育成のためにグループ学習を取り入れ、一つの問題をグループで考察させることにより、いろいろな観点から問題にアプローチさせようとした。

研究授業後の検討を経て実施したポスト研究授業では、数列の漸化式を扱い、数列の規則性を見つけ出すのに、多面的に考察させることに力を注いだ。

これに対して、授業観察者からは生徒も意欲的に取り組み、ねらった通りの授業になったという意見をいただいた。一方で当初思いもよらなかったような考えが生徒から出てきたが、教師の方がその考えを読み取れず、せっかくの機会を逃してしまう結果になったことが惜しまれた。

こうした研究授業は、多面的な数学的思考力を具体的にどのように育成するのかという点や、それをどのように本時の目標につなげていくのかという点で成果が挙げられたと考えられる。

しかし、必ずしも学習指導案通りに授業が進まない可能性があり、どのように軌道修正するのかという点、予想していなかったような考えが出てきたときにどう対処するのかという点では課題があると言える。これらは教師の教材研究がまだ浅かったことを示しており、数学科全体で克服すべき点であると考えている。

今回の研究授業・ポスト研究授業からは生徒に多面的な数学的思考力の育成のためにどのような活動を仕組んでいけばいいのかという授業改善の手がかりを得ることができた。今後は、発問を工夫することでより生徒の思考を深めること、グループごとの考えをどのようにしてクラス全体のものにしていくのかということ、さらには、個々の生徒の問題解決力をどのように育成するのかということを検討していく必要がある。